

## GRAKO: PODSTAWY GRAFIKI 2W

- Wizualizacja 2W
  - ograniczenia rastra
  - linia w grafice rastrowej
  - łuk w rastrze
- Spójność obiektów
- Obcinanie
- Transformacje

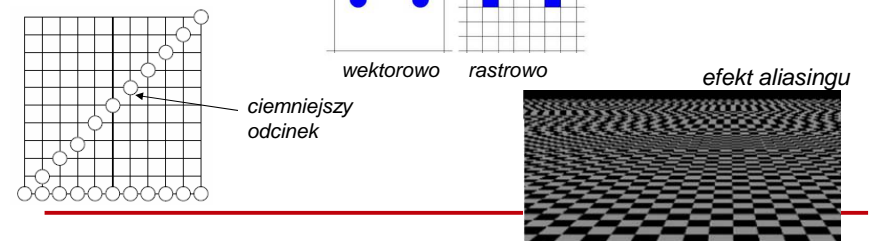
Niektóre wykorzystane tutaj materiały pochodzą z:

[http://wazniak.mimuw.edu.pl/index.php?title=Grafika\\_komputerowa\\_i\\_wizualizacja](http://wazniak.mimuw.edu.pl/index.php?title=Grafika_komputerowa_i_wizualizacja)

<http://www.zsk.ict.pwr.wroc.pl/zsk/dydaktyka/gk/>

## Grafika rastrowa -ograniczenia

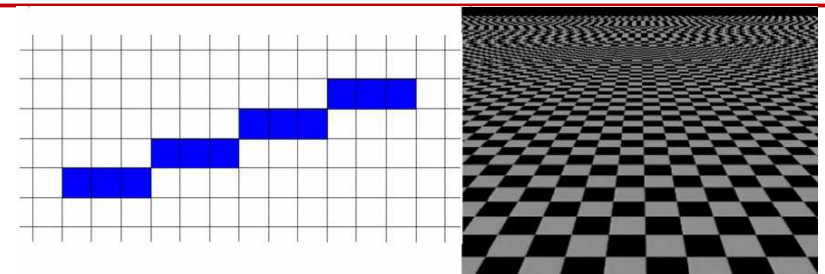
- Położenie rysowanych figur (obiektów) jest ograniczone zwykle prostokątną strukturą pikseli
- Ograniczenia:
  - Brak skalowania
  - Linia schodkowa (brak gładkości – dyskretyzacja kształtu)
  - Aliasing
  - Złożoność
  - Zmiana barwy



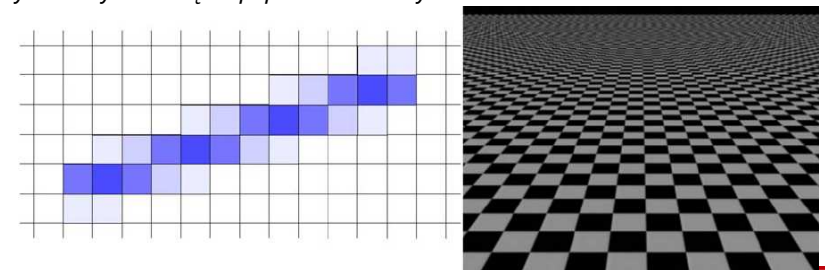
## Grafika rastrowa

- Metody poprawy:
  - Projektowanie (myślenie) wektorowe
  - Zwiększanie rozdzielczości matrycy pikselowej
  - Rozmywanie obiektów o wysokogradentowych krawędziach, rozjaśnianie ukośnych odcinków
  - Ważenie jasności (piksel świeci proporcjonalnie rozmiarowi pokrycia przez dany obiekt)
  - Przyspieszanie obliczeń

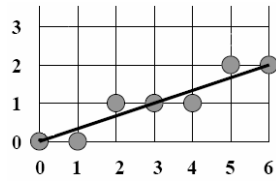
## Antyaliasing



Rozmycie ostrych krawędzi poprawia widziany efekt



## Rysowanie odcinka – złożoność obliczeniowa



$$y=ax$$

- $y=[a \cdot x]$

- mnożenie rzeczywistoliczbowe plus zaokrąglenie

lub

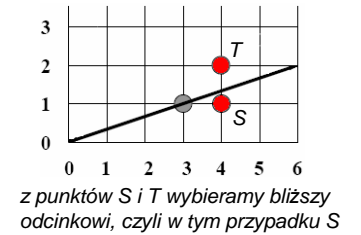
- $\Delta y = a \cdot \Delta x \rightarrow y_{i+1} = [y_i + a]$

- dodawanie rzeczywistoliczbowe plus zaokrąglenie

## Rysowanie odcinka – algorytm Bresenhama

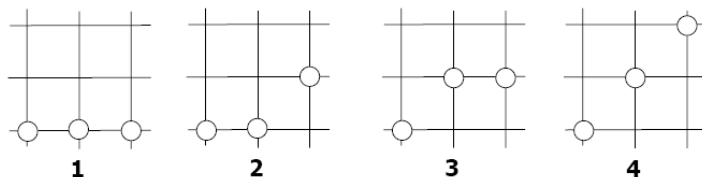
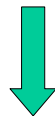
- Stałoprzecinkowy
- Założenia:  $x_{i+1} = x_i + 1$ ,  $0 \leq a \leq 1$
- Metoda:

- Inicjujemy zmienne pomocnicze opisujące wyznaczany odcinek o początku  $(x_1, y_1)$  i końcu  $(x_2, y_2)$ 
  - $d_0 = 2 \cdot (y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)$
  - $p_1 = 2 \cdot (y_2 - y_1)$
  - $p_2 = 2 \cdot [(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)]$
- Na podstawie  $d$  wybieramy punkt  $S$  lub  $T$  bliższy teoretycznej prostej (odcinkowi) i aktualizujemy zmienną  $d$  w każdym kolejnym kroku
  - jeśli  $(d_i < 0)$  to  $(x_{i+1}, y_{i+1}) = S$ ;  $d_{i+1} = d_i + p_1$ ;
  - w p.p.  $(x_{i+1}, y_{i+1}) = T$ ;  $d_{i+1} = d_i + p_2$ ;



złożoność: dodawanie całkowitoliczbowe plus określanie znaku

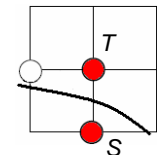
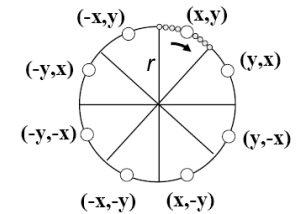
## Modifikacja algorytmu Bresenhama



Algorytm z podwójnym krokiem

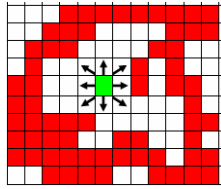
## Rysowanie okręgu – algorytm Bresenhama

- Stałoprzecinkowy
- Założenia: zaczynamy od punktu  $(0, r)$  i rysujemy 1/8 okręgu (resztę przez symetrię)
- Metoda
  - $p_1 = 3 - 2r$
  - w kolejnym kroku:
    - jeśli  $(p_i < 0)$  to  $(x_{i+1}, y_{i+1}) = T$ ;  $p_{i+1} = p_i + 4x_{i+1} + 6$ ;
    - w p.p.  $(x_{i+1}, y_{i+1}) = S$ ;  $p_{i+1} = p_i + 4(x_{i+1} - y_{i+1}) + 10$



## Wypełnianie obszarów

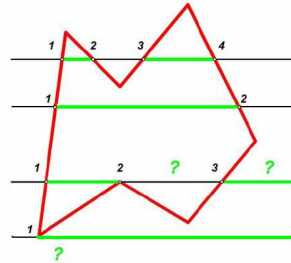
- Przez spójność (rozrost regionu)



- Przez kontrolę parzystości

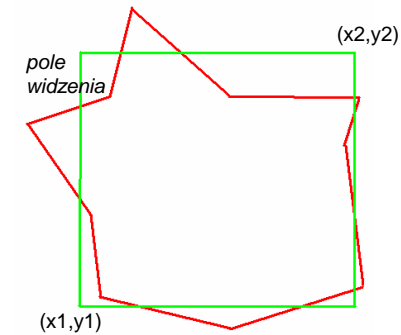
parzyste – wejście do obiektu

nieparzyste – wyjście z obiektu



przypadki szczególne – ekstrema z analizą końców odcinków, odcinki poziome

## Obcinanie obiektu do widocznego fragmentu



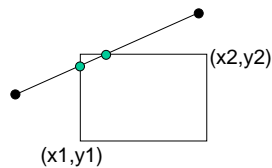
$$x1 < x < x2 \quad \wedge \quad y1 < y < y2$$

Konwersja do bufora wyświetlania i usunięcie wszystkich pikseli nie mieszczących się z widoku

## Obcinanie odcinków

- Sprawdzanie końców odcinków:

- oba wewnątrz widoku: odcinek zostawiamy
- jeden na zewnątrz: przycinamy do okna widoku
- oba końce na zewnątrz - rozstrzygnięcie: odrzucamy odcinek czy przycinamy?
  - obliczanie punktów przecięcia z widokiem i sprawdzanie, czy należą do widoku



$$x1 < x < x2 \quad \wedge \quad y1 < y < y2$$

## Obcinanie odcinka (przyspieszenie)

### algorytm Cohena-Sutherlanda

-dzielimy na regiony z kodem binarnym

-końcom odcinka przypisujemy kody regionów

- Sprawdzanie końców odcinków:

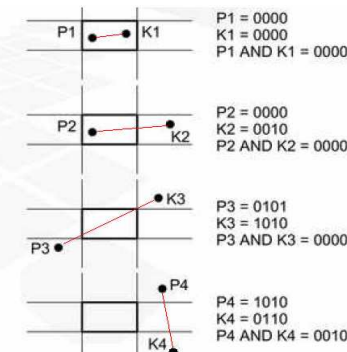
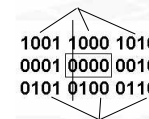
- oba wewnątrz widoku: odcinek zostawiamy - oba końce 0000
- jeden na zewnątrz - AND końców daje 0: przycinamy do okna widoku
- oba końce na zewnątrz - rozstrzygnięcie: odrzucamy odcinek czy przycinamy?

- AND końców daje wynik niezerowy – odrzucamy odcinek zewnętrzny

- AND końców daje 0 – sytuacja niejednoznaczna

- obliczanie punktów przecięcia z widokiem i sprawdzanie, czy należą do widoku:

przycięcie odcinka do najbliższej prostej ograniczającej widok (według ustalonej kolejności), określenie nowego regionu końca odcinka i powtórzenie procesu sprawdzania końców (maksimum 4 kroki iteracji)



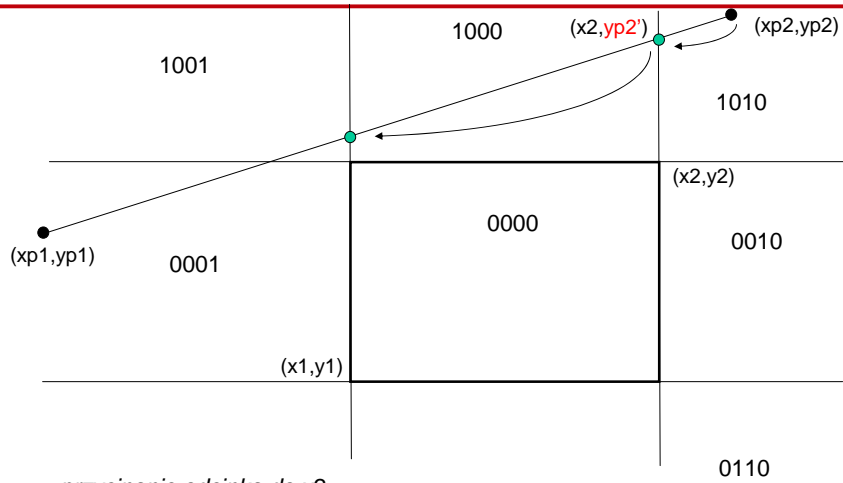
P1 = 0000  
K1 = 0000  
P1 AND K1 = 0000

P2 = 0000  
K2 = 0010  
P2 AND K2 = 0000

P3 = 0101  
K3 = 1010  
P3 AND K3 = 0000

P4 = 1010  
K4 = 0110  
P4 AND K4 = 0010

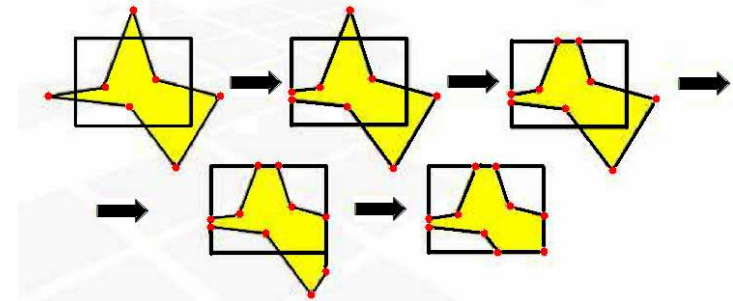
## Algorytm Cohena-Sutherlanda (wyjaśnienie)



przycinanie odcinka do  $x_2$

$$yp2' = yp1 + a(x2 - xp1), \quad a = (yp2 - yp1) / (xp2 - xp1)$$

## Obcinanie wielokąta

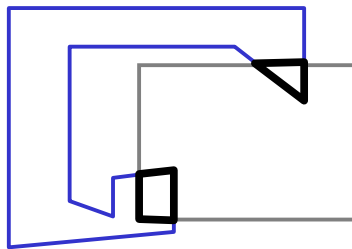


Algorytm Sutherlanda- Hodgmana

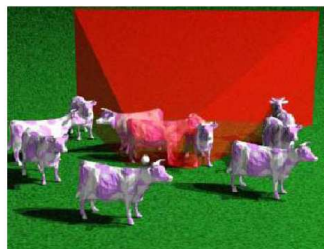
Rysunek z wazniaka

## Obcinanie nie jest łatwe

- Z jednego wielokąta – kilka

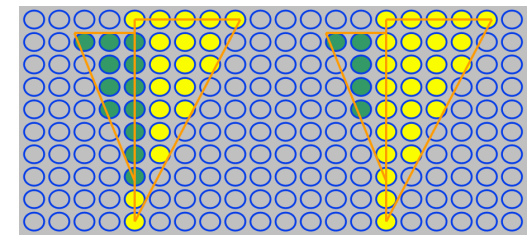
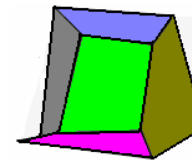


- W przestrzeni 3W

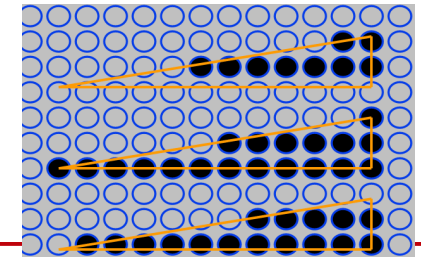
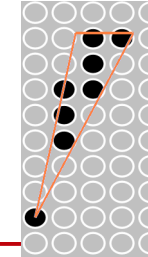
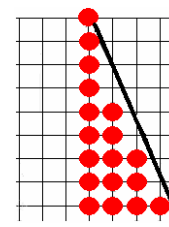


## Inne problemy

- Wypełnianie brzegów wielokątów (reguła przynależności brzegu)

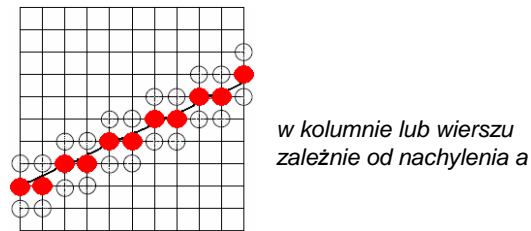


- Kliny, drzazgi (wypełnianie wielotonowe, zwiększanie rozdzielczości)

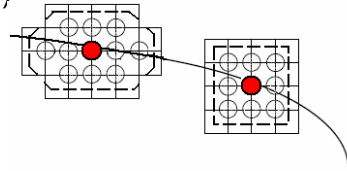


## Pogrubianie linii

- Powielanie i wprowadzanie tonów pośrednich

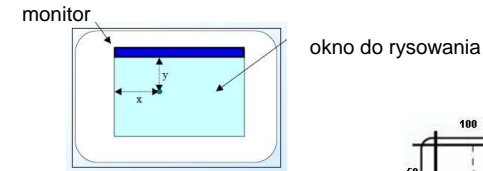


- Dynamiczny pędzel (pióro)

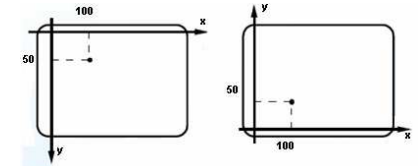


## Przekształcenia 2W

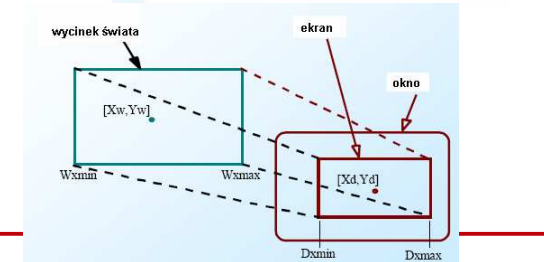
- okno do wyświetlania obrazu



- konwencje adresowania pikseli



- normalizacja



## Przekształcenia 2W

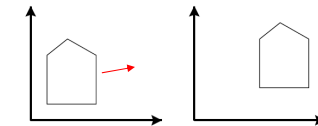
- Podstawowe elementy (prymitywy) to punkty, odcinki, wielokąty
- Relacja: piksele → prymitywy → obiekty
- Łatwość reprezentacji obiektów w 2W
- W przekształceniach wykorzystuje się działania na macierzach

$$p = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

## Przekształcenia afiniczne (przesunięcie, obrót, skalowanie)

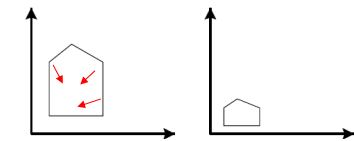
- Przesunięcie

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$



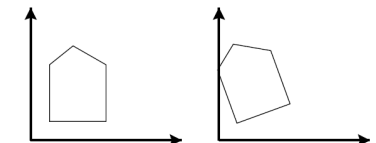
- Skalowanie

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x \cdot x \\ s_y \cdot y \end{bmatrix}$$



- Obrót

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



## Przekształcenia afiniczne

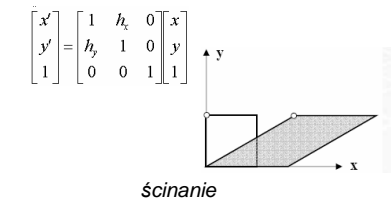
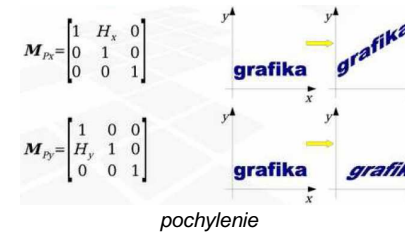
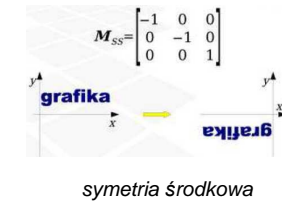
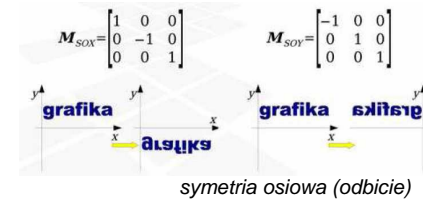
- We współrzędnych jednorodnych (homogenicznych) znormalizowanych mamy:

- Translacja
 
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Skalowanie
 
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

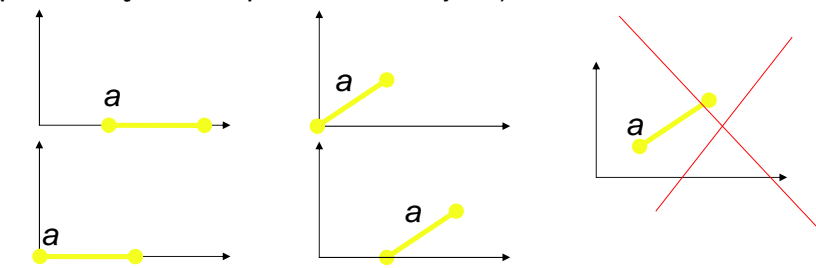
- Obrót
 
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

## Inne przekształcenia 2W



## Przekształcenia jednorodne, znormalizowane

- Jest to ujednolicony sposób opisu przekształceń
- Szytywne zachowują długości i kąty (np. translacja i obrót)
- Afiniczne zachowują równoległość linii
- Skalowanie jest niezometryczne (nie zachowuje odległości)
- Kolejność wykonywania przekształceń (przesunięcie do początku układu współrzędnych, skalowanie obrót, przesunięcie w odpowiednie miejsce)



## Istotne zasady przekształcania -cd

- Proste składanie transformacji

$$T(p)R(\theta)T(-p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -p_x \\ 0 & 1 & -p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & p_x(1 - \cos \theta) + p_y \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta & p_y(1 - \cos \theta) - p_x \sin \theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Transformacje odwrotne

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -t_x \\ 0 & 1 & -t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s_y} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Równanie parametryczne prostej

---

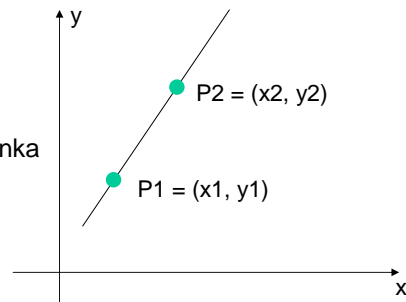
- Dane:  $P1 = (x1, y1)$  and  $P2 = (x2, y2)$

$$x = x1 + t(x2 - x1)$$

$$y = y1 + t(y2 - y1)$$

- Kładąc:

- $t=0$ , mamy  $(x1, y1)$
- $t=1$ , mamy  $(x2, y2)$
- $(0 < t < 1)$ , dostajemy punkty odcinka pomiędzy  $(x1, y1)$  i  $(x2, y2)$



- Analogicznie w 3W:

$$x = x1 + t(x2 - x1)$$

$$y = y1 + t(y2 - y1)$$

$$z = z1 + t(z2 - z1)$$

---